

2 Логика

Задача 2.1. Постройте отрицание высказывания «Нынешний король Франции имеет бороду».

Задача 2.2. Проверить, является ли тавтологией

$$f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)).$$

Задача 2.3. Доказать, что не существует функции, существенно зависящей от обеих своих переменных таких, что $f(x, y) = f(\bar{x}, \bar{y})$.

Задача 2.4. Отметьте выражения являющиеся эквивалентными данному:

$$A \rightarrow (B \rightarrow C).$$

1. $A \rightarrow B \wedge C$
2. $A \wedge B \rightarrow C$
3. $A \vee (\bar{C} \rightarrow \bar{B})$
4. $A \wedge C \rightarrow B$
5. $\bar{C} \wedge B \rightarrow A$
6. $\bar{C} \wedge \bar{B} \rightarrow \bar{A}$

Задача 2.5. Проверить, является ли тавтологией

$$f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)).$$

Задача 2.6. По вектору (10011000) таблице функции от 3 переменных построить её СДНФ и СКНФ

Задача 2.7. Найдите логическую функцию, зависящую от трёх логических переменных A , B и C , если известно, что:

1. Существует только три различных комбинации значений логических переменных, для которых значение функции будет «ложь».
2. Если значение логической переменной A принять за «ложь», то искомая функция станет эквивалентна логической функции $F(A, B, C) = C$.
3. Если значение логической переменной B принять за «ложь», то искомая функция станет эквивалентна логической функции $F(A, B, C) = A \vee C$.
4. Если значение логической переменной C принять за «ложь», то искомая функция станет эквивалентна логической функции $F(A, B, C) = A \wedge \bar{B}$.

Найдите ответ с минимальным числом операций.

Задача 2.8. Существует ли такая бинарная функция $*$ $\in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \oplus, \equiv, ', \downarrow\}$, для которой выполняется

$$x \oplus (y * z) = (x \oplus y) * (x \oplus z)$$

Другими словами, есть ли такая функция $*$, что пара функций $\{\oplus, *\}$ является дистрибутивной.

Задача 2.9. Определите значение истинности высказываний A, B, C, D , если известна истинность следующих выражений:

1. $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D) = 0$

2. $(A \wedge D) \equiv \overline{B \wedge C} = 1$

3. $(B \vee D) \rightarrow (A \wedge C) = 1$

Задача 2.10. Известно, что высказывание $x \rightarrow y$ является истинным. Тогда для каких из перечисленных логических выражений можно однозначно определить их логическое значение (истинность или ложность)?

1. $\overline{x \rightarrow y} \rightarrow z$

2. $\overline{\overline{y} \rightarrow \overline{x}} \rightarrow y$

3. $(x \rightarrow y) \rightarrow z$

4. $(\overline{y} \rightarrow \overline{x}) \rightarrow \overline{x \rightarrow y}$

5. $z \rightarrow (x \rightarrow y)$

Задача 2.11. Выражение $F(A, B, C)$ называется логическим следствием из выражения $G(A, B, C)$, если выполняется следующее условие: на тех наборах переменных (A, B, C) , где выражение G принимает истинное значение, выражение F также принимает истинное значение.

Какие из перечисленных выражений

1. $F(A, B, C) = A \vee (\overline{C} \rightarrow \overline{B})$

2. $F(A, B, C) = \overline{A} \vee (\overline{C} \rightarrow B)$

3. $F(A, B, C) = A \vee (\overline{C} \rightarrow B)$

4. $F(A, B, C) = A \wedge (\overline{C} \rightarrow \overline{B})$

5. $F(A, B, C) = (C \rightarrow B) \rightarrow A$

являются логическим следствием выражения

$$G(A, B, C) = A \wedge (B \rightarrow \overline{C}).$$

Задача 2.12. Расположите формулы в таком порядке, чтобы из каждой формулы логически следовала любая из последующих:

1. $(P \rightarrow Q) \wedge ((S \wedge Q) \rightarrow P)$
2. $\neg Q \rightarrow (P \rightarrow S)$
3. $P \rightarrow (\neg Q \rightarrow S) \wedge Q$
4. $\neg(P \vee S) \wedge (P \rightarrow Q)$

Задача 2.13. Выразите через штрих Шеффера

1. $x \equiv y$
2. $x \oplus y$
3. $x \downarrow y$

Задача 2.14. Выразите через стрелку Пирса

1. \overline{x}
2. $x \wedge y$
3. $x \vee y$
4. $x \rightarrow y$
5. $x \equiv y$
6. $x \oplus y$
7. $x|y$